令和 6 年度　試 験 問 題

前 期 日 程

数　　学 (120 分)

注　　意

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は 7 ページあります。

3　解答用紙は大問ごとに 1 枚あり，合計 4 枚あります。解答用紙には受験番号欄（1 枚につき 2 ケ所）と氏名欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入しなさい。

4　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

　なお，問題冊子の 2 ページ，4 ページ，6 ページは下書き用紙です。

5　解答は，全て解答用紙の指定されたところに書きなさい。書き切れない場合は，当該解答用紙の裏面を使用してよいが，表面に「裏面使用」と明記しなさい。

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

1 座標平面上に 3 点 O(0, 0)，A(0, 2)，B(x, 1) をとる。ただし，$x > 0$ とする。点 O から直線 AB に下ろした垂線を OH とする。△OHA の面積を S とするとき，次の問いに答えよ。 （配点 75 点）

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とするとき，t を x で表せ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right|^2$ を x で表せ。

(3) S を x で表せ。

(4) S の最大値とそのときの x の値を求めよ。

（下　書　き　用　紙）

2　$a_1=1$，$a_2=3$ である数列 $\{a_n\}$ において，初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_{n+2}-5S_{n+1}+6S_n=0 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

をみたすとする。次の問いに答えよ。　（配点 75 点）

(1)　$T_n=S_{n+1}-3S_n$ とおくとき，T_n を n で表せ。

(2)　$U_n=S_{n+1}-2S_n$ とおくとき，U_n を n で表せ。

(3)　S_n を n で表せ。

(4)　a_n を n で表せ。

（下　書　き　用　紙）

3 関数 $f(x)=\left|2x^3-3x^2-12x\right|$ について，次の問いに答えよ。 （配点 75 点）

(1) 方程式 $f(x)=0$ の解を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ の極大値を求めよ。

(3) a は定数とする。方程式 $f(x)=a$ の実数解の個数を求めよ。

(4) 曲線 $y=f(x)$，x 軸，直線 $x=-1$ および直線 $x=1$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

4 座標平面上において2つの曲線を $C_1 : y = \cos x \left(0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}\right)$, $C_2 : y = \tan x \left(0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。C_1 と C_2 の共有点の x 座標を α とするとき，次の問いに答えよ。 （配点75点）

(1) $\sin\alpha$ を求めよ。

(2) $\dfrac{\pi}{6} < \alpha < \dfrac{\pi}{4}$ を示せ。

(3) C_1 と C_2 および y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。